

Теория меры, тест 1

Задача 1.1. Найдите группу автоморфизмов поля \mathbb{R} над \mathbb{Q} .

Задача 1.2 (2 балла). Пусть M – полное метрическое пространство без изолированных точек. Докажите, что M несчетно, или найдите контрпример.

Задача 1.3. Пусть R – кольцо непрерывных функций на отрезке $[0, 1]$. Докажите, что каждый простой идеал в R максимален.

Задача 1.4. Функция $f : M \rightarrow \mathbb{R}$ на метрическом пространстве называется **1-липшицевой**, если $|f(x) - f(y)| \leq d(x, y)$. Для заданного замкнутого подмножества $X \subset M$, найдите 1-липшицеву функцию, которая равна 0 на X и не равна 0 вне X .

Задача 1.5 (3 балла). Пусть X – минимальный несчетный ординал. Докажите, что X равномощно $X \times X$.